

Vergleichsklausur 2016: Hilfsmittelfreier Teil: Aufgabe 1: Analysis

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 16 \cdot x - 2$.

Untersuchen Sie die Funktion f rechnerisch auf lokale Minimal- und Maximalstellen.

Aufgaben mit Hilfsmitteln: Aufgabe 3:

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{48} \cdot x^3 - \frac{3}{8} \cdot x^2 + \frac{27}{16} \cdot x + 1$.

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen von f .

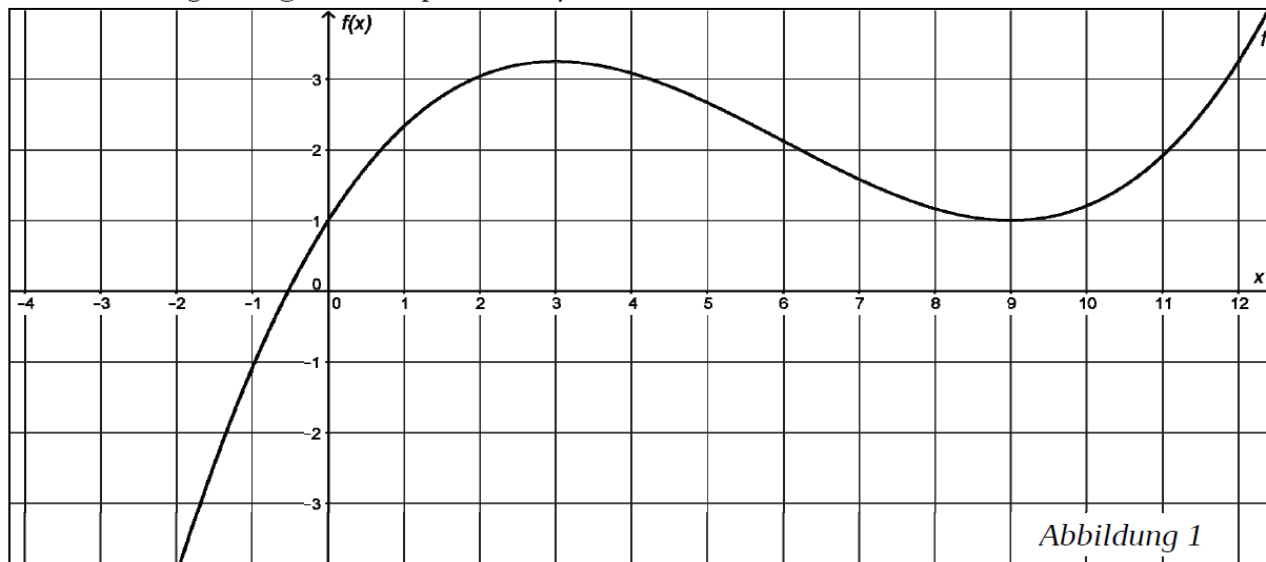


Abbildung 1

a)(1) Ermitteln Sie rechnerisch eine Gleichung der Geraden s durch $H\left(3 \mid \frac{13}{4}\right)$ und $T(9 \mid 1)$
[Zwischenergebnis: Die Gerade s hat die Steigung $-\frac{3}{8}$.]

(2) Es gibt zwei Stellen, an denen der Graph von f Tangenten hat, die parallel zur Geraden s verlaufen. Ermitteln Sie diese Stellen auf zwei Nachkommastellen genau.

b) Gegeben ist zusätzlich die Funktion g mit der Gleichung $g(x) = \frac{1}{48} \cdot x^3 - \frac{3}{16} \cdot x^2 + \frac{13}{4}$.

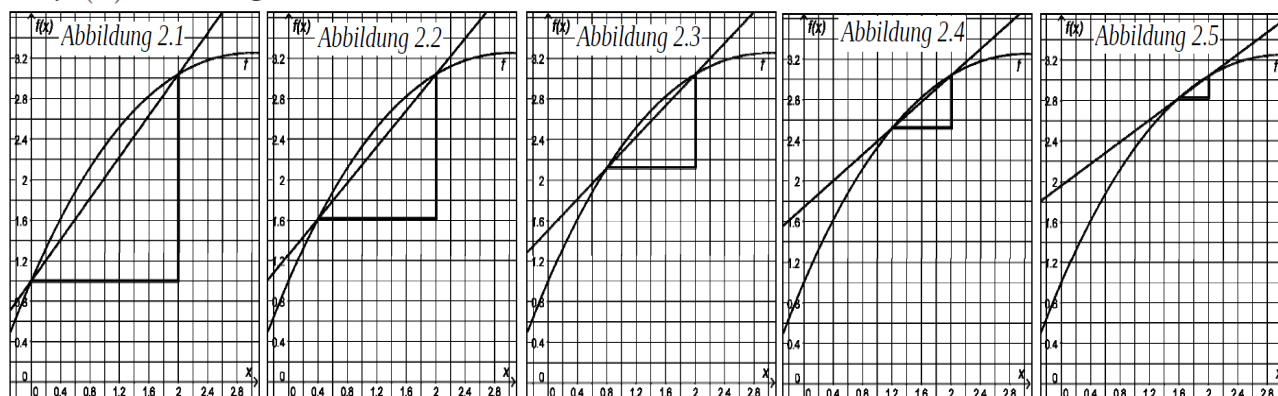
(1) Zeichnen Sie den Graphen von g in die Abbildung 1 ein.

Der Graph der Funktion g geht durch eine Transformation aus dem Graphen der Funktion f hervor.

(2) Geben Sie diese Transformation an.

(3) Geben Sie eine Funktionsgleichung von g an, aus der die Transformation deutlich wird, durch die der Graph von g aus dem Graphen von f hervorgeht.

c) Die folgenden Abbildungen 2.1 bis 2.5 veranschaulichen, wie man den Wert der Ableitung $f'(2)$ näherungsweise ermitteln kann.



- (1) Geben Sie an, welche Abbildung zum Differenzenquotienten $\frac{f(2)-f(0,8)}{2-0,8}$ gehört.
- (2) Geben Sie an, welche geometrische Bedeutung der Wert $f'(2)$ hat.
Erklären Sie, warum in den Abbildungen 2.1 bis 2.5 veranschaulicht wird, wie dieser Wert immer genauer ermittelt werden kann.

Aufgabe 4: Analysis (kontextbezogene Aufgabe)

Während seines Urlaubs im norwegischen Vardø beobachtet Heinz an einem Tag Anfang August die Sonne. Dabei misst er zu jeder vollen Stunde den Sonnenhöhenwinkel α (siehe Abbildung 1), um so zu bestimmen, wie hoch die Sonne über dem Horizont steht. Heinz trägt seine Winkelmessungen in ein Koordinatensystem ein (siehe Abbildung 2).

Dabei entspricht $t = 0$ der Uhrzeit 12:00 Uhr mittags, $t = 1$ entspricht 13:00 Uhr usw.

Der Uhrzeit 11:00 Uhr entspricht $t = -1$ usw.

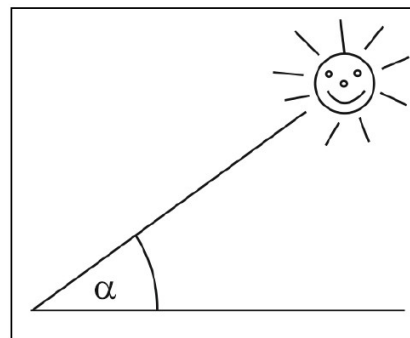


Abbildung 1

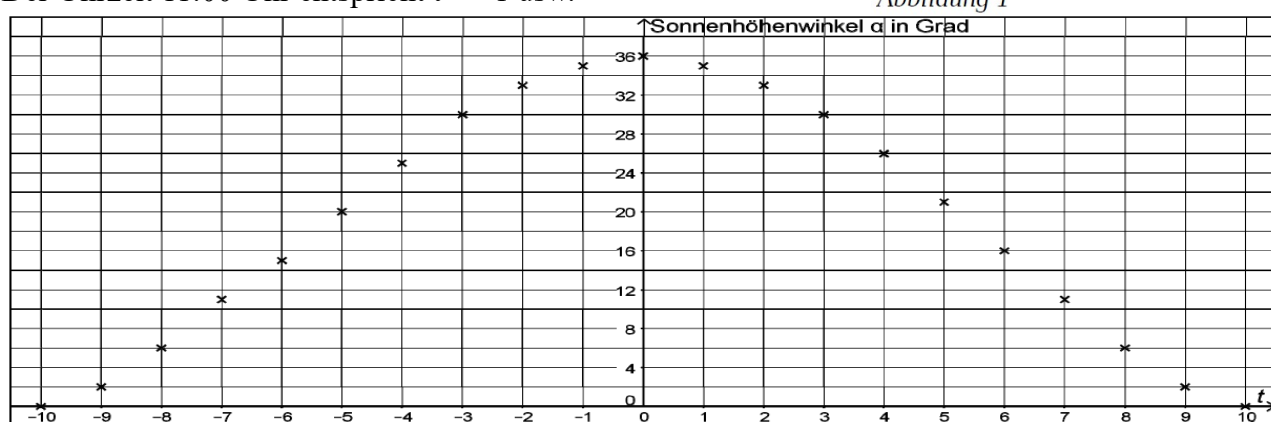


Abbildung 2

- a) (1) Geben Sie den Sonnenhöhenwinkel an, den Heinz um 7:00 Uhr morgens misst.
(2) Geben Sie an, in welchem Zeitraum Heinz Sonnenhöhenwinkel misst, die mindestens 30 Grad betragen.

Heinz modelliert anhand seiner Daten den Sonnenhöhenwinkel im Laufe des Tages mit einer ganzrationalen Funktion 4. Grades. Er verwendet dazu für $-10 \leq t \leq 10$ die Funktion f mit der Gleichung

$$f(t) = 0,0031 \cdot t^4 - 0,671 \cdot t^2 + 36,1 .$$

$f(t)$ beschreibt den Sonnenhöhenwinkel in Grad zu der durch t gegebenen Uhrzeit.

- b) Die Werte, die sich bei der Modellierung mit der Funktion f ergeben, weichen etwas von den Werten aus der Abbildung 2 ab.
Berechnen Sie die Abweichung zwischen dem um 7:00 Uhr morgens gemessenen Wert und dem entsprechenden Funktionswert.
- c) Bei der Messung von Heinz erreicht die Sonne ihren höchsten Stand um 12:00 Uhr mittags (siehe Abbildung 2).
Weisen Sie rechnerisch nach, dass auch bei der Modellierung mit der Funktion f die Sonne zu diesem Zeitpunkt ihren höchsten Stand erreicht.
- d) (1) Weisen Sie nach, dass gilt: $f'(-9) > f'(-2)$.

(2) Interpretieren Sie diese Ungleichung im Sachzusammenhang.

An einem Tag Ende August beobachtet Heinz noch einmal die Sonne in Vardø. Um 04:00 Uhr morgens während des Sonnenaufgangs misst er den Sonnenhöhenwinkel 0 Grad, um 12:00 Uhr mittags ist der Sonnenhöhenwinkel mit 29 Grad maximal. Heinz möchte für diesen Tag den Sonnenhöhenwinkel mit einer ganzrationalen Funktion g modellieren.

- e) (1) Skizzieren Sie in der Abbildung 2 den Verlauf eines möglichen Graphen von g .
(2) Für die Funktionsgleichung von g wählt Heinz den Ansatz: $g(t) = a \cdot f(b \cdot t)$.
Ermitteln Sie für a und b jeweils einen zu seiner Messung passenden Wert.