

Formelsammlung zur Differential und Integralrechnung

Allgemein gelten folgende Voraussetzungen:

$f(x)$, $g(x)$, $k(x)$, $u(x)$ und $v(x)$ sind sowohl ableitbar (d.h. differenzierbar) als auch integrierbare Funktionen.
 $F(x)$, $G(x)$ usw. sind entsprechende Stammfunktionen. Die Zahlen a, b, c und k sind reelle Zahlen.

Ableitungsregeln

Potenzregel:	$f(x) = x^a$	$\rightarrow f'(x) = a \cdot x^{a-1}$	z.B.: $f(x) = x^3$	$\rightarrow f'(x) = 3x^2$
Faktorregel:	$f(x) = a \cdot g(x)$	$\rightarrow f'(x) = a \cdot g'(x)$	z.B.: $f(x) = 5 \cdot x^3$	$\rightarrow f'(x) = 5 \cdot 3x^2$
Summenregel:	$f(x) = u(x) + v(x)$	$\rightarrow f'(x) = u'(x) + v'(x)$	z.B.: $f(x) = x^3 + x^2$	$\rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x$
Produktregel:	$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$\rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$		
	z.B.: $f(x) = x^2 \cdot e^x$	$\rightarrow f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$		
Kettenregel:	$f(x) = u(v(x))$	$\rightarrow f'(x) = v'(x) \cdot u'(v(x))$		
	z.B.: $f(x) = \sin(x^3 + x^2)$	$\rightarrow f'(x) = (3x^2 + 2x) \cdot \cos(x^3 + x^2)$		
Quotientenregel:	$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$	$\rightarrow f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$		

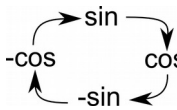
Bestimmung von Stammfunktionen durch "umgekehrte Anwendung der Ableitungsregeln"

Allgemein gilt: Eine Funktion F ist genau dann Stammfunktion von f wenn gilt: $F'(x) = f(x)$.

Potenzregel:	$f(x) = x^a$	$\rightarrow F(x) = \frac{1}{a+1} \cdot x^{a+1}$	z.B.: $f(x) = x^2$	$\rightarrow F(x) = \frac{1}{3} x^3$
Faktorregel:	$f(x) = a \cdot g(x)$	$\rightarrow F(x) = a \cdot G(x)$	z.B.: $f(x) = 5 \cdot x^2$	$\rightarrow F(x) = 5 \cdot \frac{1}{3} x^3$
Summenregel:	$f(x) = u(x) + v(x)$	$\rightarrow F(x) = U(x) + V(x)$	z.B.: $f(x) = e^x + x^2$	$\rightarrow F(x) = e^x + \frac{1}{3} x^3$

Wichtige Ableitungen bzw. Stammfunktionen:

Die Ableitung von e^x lautet e^x Eine Stammfunktion von e^x lautet e^x
 Die Ableitung von $\ln(x)$ lautet $1/x$ Eine Stammfunktion von $1/x$ lautet $\ln(|x|)$
 Eine Stammfunktion von $v^{(x)}/v(x)$ lautet $\ln(|v(x)|)$
 Eine Stammfunktion von $\ln(x)$ lautet $x \cdot \ln(x) - x$



Bei den Funktionen \sin und \cos ist für eine Ableitung den Pfeilen zu folgen. Für die Bildung einer Stammfunktion geht man umgekehrt vor.

Rechenregeln und Formeln für Integrale:

Regel 1: $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$

Regel 2: $\int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx = \int_a^b f(x) \pm g(x) dx$

Regel 3: $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$

Mittelwert einer Funktion im Intervall $[a; b]$: $M = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$

Volumen von Rotationskörpern (bei Rotation von f um die x -Achse im Intervall $[a, b]$): $V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$

Potenzgesetze (für $a \in \mathbb{R}$ und $a > 0$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$)

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad a^x \div a^y = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad \text{und} \quad a^{0.5} = \sqrt{a} \quad ; \quad a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

Beispiele $e^x \cdot e^{3x} = e^{4x}$ $\frac{e^{x+2}}{e^x} = e^2$ $2^x = (e^{\ln(2)})^x = e^{x \cdot \ln(2)}$

Logarithmusgesetze ($\log_a(b)$ ist nur definiert für $a > 0$ und $b > 0$!)

Es ist $e \approx 2,718$ die eulersche Zahl. Als Abkürzung schreibt man $\ln(b)$ für $\log_e(b)$, also den Logarithmus zur Basis e .

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c) \quad \log_a(b \div c) = \log_a(b) - \log_a(c) \quad \log_a(b^r) = r \cdot \log_a(b)$$

$$\ln(2e) = \ln(2) + \ln(e) = \ln(2) + 1 \quad \ln(1/2) = \ln(1) - \ln(2) = -\ln(2) \quad \ln(2^x) = x \cdot \ln(2)$$

Tangente an f im Punkt $P(x_p | f(x_p))$: $t(x) = f'(x_p) \cdot (x - x_p) + f(x_p)$ (Punkt-Steigungsform mit $m = f'(x)$)

Taschenrechner Tipps:

Speichern eines Zwischenergebnisses in einer Variablen, z.B.:

Berechnung eines Integrals: $\int (X^3, A, 4)$

Lösen einer Gleichung: $\text{SolveN}(X^3 = 5)$

Funktionswert einer Funktion aus dem Grafikmenü: $\mathbf{Y1}(3)$

$\sqrt{2} \rightarrow A$

mit Tippfolge: $\overline{\text{EXIT}} \overline{\text{EXIT}} \overline{\text{OPTN}} \overline{\text{F4}} \overline{\text{F4}}$

mit Tippfolge: $\overline{\text{EXIT}} \overline{\text{EXIT}} \overline{\text{OPTN}} \overline{\text{F4}} \overline{\text{F5}}$

mit Tippfolge: $\overline{\text{EXIT}} \overline{\text{EXIT}} \overline{\text{VAR}} \overline{\text{F4}} \overline{\text{F1}}$